

Zur Deutung des Energiespektrums von W¹⁸³

H. NÄPFEL

Institut für Theoretische Physik der Universität Erlangen-Nürnberg

(Z. Naturforsch. 24 a, 1883—1892 [1969]; eingegangen am 11. September 1969)

The energy levels of W¹⁸³ are calculated in a nuclear model consisting of three point masses. Two of them with equal masses within a fixed distance Q_0 represent the core of the nucleus. The third one, representing the extra nucleon, is assumed to move in a potential of the usual Nilsson type. For the description of the nuclear deformation a term P_4 is added. In contrast to former calculations it can be shown that a consistent set of parameters exists which fits the experimental data including the level 7/2⁻ at 453.1 keV.

In einer früheren Arbeit¹ wurde, ausgehend vom Drei-Körper-Problem, eine Modellrechnung durchgeführt, in welcher zwei der drei Teilchen als gleichartig und das von ihnen erzeugte Potentialfeld schematisch als Potential eines deformierten Kernrumpfes betrachtet wurden. Mit dem zusätzlichen dritten Teilchen als Außennukleon erhält man damit ein Kernmodell, dessen „Rumpf“ die Freiheitsgrade der Schwingung und der Rotation besitzt. Es wurde gezeigt, daß sich mit diesem Modell unter Hinzunahme der Spin-Bahn-Wechselwirkung Energiespektren berechnen lassen, wobei allerdings auf einen quantitativen Vergleich mit dem Experiment nicht eingegangen wurde. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die damals entwickelten Methoden auf einen Kern anzuwenden, für den ein ausreichendes experimentelles Material vorliegt, und damit die Brauchbarkeit des Modells zu prüfen.

Als geeigneter Kern für eine solche Untersuchung bietet sich der Kern W¹⁸³ an, dessen Energieniveaus sehr genau bestimmt sind^{2,3}. Abb. 1 zeigt das experimentelle Niveauschema. Die Niveaus sind nach Drehimpuls und Parität klassifiziert und zum Teil zu Rotationsbanden ($K = 1/2$ und $K = 3/2$) zusammengefaßt.

Gerade für diesen Kern liegen auch mehrere theoretische Arbeiten vor. Bei KERMAN⁴ werden in einem zunächst klar definierten Modell Vereinfachungen vorgenommen, welche die Störungsrechnung und das Einteilchenmodell betreffen: Bei der Störungsrechnung werden nur 2 von insgesamt 21 Einteilchenbasisfunktionen verwendet, was keiner

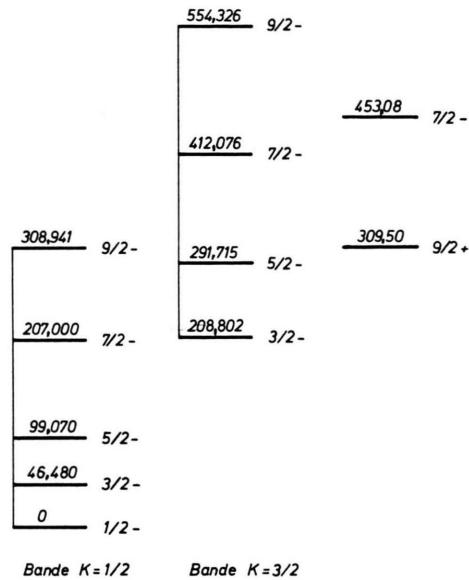


Abb. 1. Experimentelle Energieniveaus von W¹⁸³. Energien in keV.

exakten Behandlung der Rumpf-Außennukleon-Wechselwirkung (des RPC-Termes bei KERMAN) entspricht. Das Einteilchenmodell wird in den Rechnungen mehr qualitativ berücksichtigt, was in der Art der Parametrisierung des Modells zum Ausdruck kommt. Die Niveaus, die zu den Banden $K = 1/2$ und $K = 3/2$ gehören, können auf diese Weise recht gut erklärt werden. Bei BROCKMEIER et al.⁵ finden wir die Methode von KERMAN in erweiterter Form wieder (9 Einteilchenbasisfunktionen). Es werden wiederum die Niveaus der beiden Banden berech-

³ W. F. EDWARDS, F. BOEHM, J. ROGERS u. E. J. SEPPI, Nucl. Phys. **63**, 97 [1965].

⁴ A. K. KERMAN, Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd. **30**, No. 15 [1956].

Sonderdruckanforderungen: Dr. H. NÄPFEL, Institut für Theoretische Physik der Universität Erlangen-Nürnberg, D-8520 Erlangen, Glückstraße 6.

¹ H. NÄPFEL, Z. Naturforsch. **23 a**, 562 [1968].

² J. J. MURRAY, F. BOEHM, P. MARMIER u. J. W. DUMOND, Phys. Rev. **97**, 1007 [1955].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

net, wobei die größte Abweichung der angepaßten Niveaus nur 0,05% beträgt.

Bei KERMAN⁴ wie BROCKMEIER et al.⁵ beruhen diese guten Ergebnisse allerdings auf der Einführung von Anpassungsparametern, welche sich bei der Störungsrechnung anbieten, in welche jedoch die Grundparameter des Modells (Potentialparameter, Trägheitsmoment des Rumpfes) auf recht komplexe Weise eingehen, so daß die Frage eines konsistenten Parametersystems offen bleibt. Aus diesem Grunde ergeben sich auch keine Aussagen über die Güte des Einteilchenpotentials.

Hinzu kommt, daß in beiden Fällen das Niveau $7/2^-$ bei 453,1 keV nicht betrachtet wird. So bleibt hierbei zu klären, ob innerhalb des betrachteten Modells auch für dieses Niveau Übereinstimmung mit dem Experiment erzielt werden könnte. Sollte dies nicht der Fall sein, so wären damit die zunächst guten quantitativen Ergebnisse der genannten Autoren in Frage gestellt.

In der vorliegenden Arbeit haben wir die Möglichkeit, erstens den RPC-Term exakt zu behandeln — was in⁴ und⁵ nicht geschieht —, und zweitens die Anpassung der theoretischen an die experimentellen Werte mit Hilfe echter und klar definierter Modellparameter vorzunehmen. Um die Konsistenz früherer Verfahren zu prüfen, machen wir dies auf zwei verschiedenen Wegen.

Der erste besteht darin, daß wir

a) die beiden Banden $K = 1/2$ und $3/2$ unter Verwendung einheitlicher Grundparameter, zunächst ohne Berücksichtigung des Niveaus $7/2^-$ bei 453,1 keV anpassen.

Die Lage des weggelassenen Niveaus $7/2^-$ wird mit den gefundenen Parameterwerten nachträglich berechnet. Wir erhalten genau das befürchtete Resultat, daß nämlich dieses Niveau an einer ganz falschen Stelle liegt. Dieses Ergebnis gibt einen Hinweis auf die Anfechtbarkeit aller bisherigen Ansätze. Wir stellen uns deshalb die erweiterte Aufgabe,

b) beide Banden mit Berücksichtigung des Niveaus $7/2^-$ anzupassen.

Das Niveau $9/2^+$ bei 309,5 keV bleibt auch bei uns unberücksichtigt, da der hierfür wohl verantwortliche Anregungsmechanismus (Aufbrechung eines Nukleonenpaares) in unserem Modell nicht enthalten ist.

1. Theorie

Wir beschreiben nochmals ganz kurz unser „Drei-Teilchen-Kernmodell“ (Abb. 2). Die Massenpunkte m_1 und m_2 stellen den Rumpf (Masse $m_1 + m_2 = 2 M$) dar. Beide Massenpunkte erhalten einen festen Abstand g_0 , da Schwingungen des Rumpfes hier

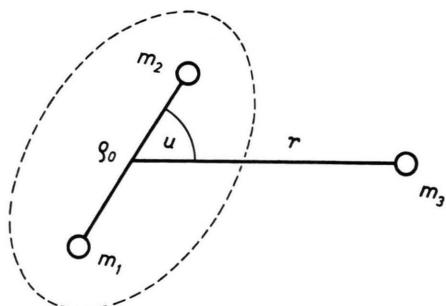


Abb. 2. Drei-Teilchen-Kernmodell.

nicht betrachtet werden. Der Massenpunkt m_3 als Außennukleon bewegt sich in einem mit dem Rumpf verbundenen Potential.

Bei der Wahl des Einteilchenpotentials gehen wir vom Nilsson-Potential⁶ aus. Diesem fügen wir noch einen weiteren Anisotropieterm hinzu, welcher aber die ursprüngliche Symmetrie des Potentials nicht ändert. Diese Modifizierung des Nilsson-Potentials erweist sich als notwendig, wie der Verlauf unserer Rechnung zeigen wird.

Wir gelangen zu einer Multipolentwicklung des Kernfeldes, wenn wir mit den in Abb. 2 eingeführten Koordinaten folgenden Ansatz für das Potential machen:

$$U = \frac{1}{2} \mu_2 \omega_0^2 r^2 (1 + \varepsilon_2 P_2(\cos u) + \varepsilon_4 P_4(\cos u)) + C_1 \mathbf{S} \cdot \mathbf{L}_2 + C_2 \mathbf{L}_2^2. \quad (1)$$

Hier ist μ_2 die reduzierte Masse aus Rumpf- und Teilchenmasse und ω_0 die Oszillatorkoeffizienten. Der zweite Entwicklungsterm in der runden Klammer ist gleich dem entsprechenden Ausdruck bei NILSSON⁶, wenn $\varepsilon_2 = -\frac{4}{3} \delta$ gesetzt wird. Wesentlich ist der Zusatzterm $P_4(\cos u)$, welcher mit dem Parameter ε_4 versehen ist. Dann folgen der Spinbahnterm des Schalenmodells und der von NILSSON eingeführte l^2 -Term; die Größen C_1 und C_2 sind die entsprechenden Parameter, \mathbf{S} bzw. \mathbf{L}_2 der Spin- bzw. Bahndrehimpulsoperator des Außennukleons. An

⁵ R. T. BROCKMEIER, S. WAHLBORN, E. J. SESSI u. F. BOEHM, Nucl. Phys. **63**, 102 [1965].

⁶ S. G. NILSSON, Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Medd. **29**, No. 16 [1955].

späterer Stelle übernehmen wir genau die Bezeichnungen von NILSSON⁶, der zusätzliche Parameter ε_4 wird wie in (1) verwendet.

Zur Bestimmung der Energieniveaus gehen wir mit dem in¹ entwickelten Lösungsansatz

$$\Psi_{1\mu}^{j\pm} = \sum_{\nu=\frac{1}{2}}^j (G_{1\nu}^{j\pm}(r, u) J_{1\mu\nu}^{j\pm} + G_{2\nu}^{j\pm}(r, u) J_{2\mu\nu}^{j\pm}) \quad (2)$$

in die Schrödinger-Gleichung des Drei-Teilchen-Kernmodells ein und führen diese in ein System von gekoppelten Differentialgleichungen für die inneren Funktionen $G_{1\nu}^{j\pm}(r, u)$ und $G_{2\nu}^{j\pm}(r, u)$ über, welche nur von den Koordinaten r und u abhängen und daher die Bewegung des Außenkkerns im Potentialfeld des Rumpfes beschreiben. Die Spin-funktionen des Außenkkerns sind in den Größen $J_{1\mu\nu}^{j\pm}$ und $J_{2\mu\nu}^{j\pm}$ enthalten, zu deren Definition wir auf¹ verweisen.

Die inneren Funktionen, mit denen wir uns im weiteren zu beschäftigen haben, sind mit den Quantenzahlen j bzw. ν des Gesamtdrehimpulsoperators bzw. seiner Komponente in Richtung der Rumpfachse indiziert; die angebrachten Vorzeichen kennzeichnen die Parität. Bei dem von uns angewendeten Lösungsverfahren werden die inneren Funktionen im wesentlichen nach den Eigenfunktionen des isotropen Nilsson-Potentials [$\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = 0$ in (1)] entwickelt:

$$G_{1\nu}^{j\pm}(r, u) = \sum_{l_2, n} C_{1l_2n}^{j\pm} \sqrt{2\pi} R_{nl_2}(r) Y_{l_2\nu-\frac{1}{2}}(u, 0),$$

$$G_{2\nu}^{j\pm}(r, u) = \sum_{l_2, n} C_{2l_2n}^{j\pm} \sqrt{2\pi} R_{nl_2}(r) Y_{l_2\nu+\frac{1}{2}}(u, 0) \quad (3)$$

mit $\nu = 1/2, \dots, j$. Wie in¹ sind die Funktionen $R_{nl_2}(r)$ die normierten Radialfunktionen des isotropen harmonischen Oszillators. Die Radialquantenzahl n und die Drehimpulsquantenzahl l_2 sind mit der Oszillatorquantenzahl N über $N = 2n + l_2$ verknüpft. Die Ausdrücke (3) für die inneren Funktionen werden dann in das Differentialgleichungssystem zu verschiedenen Werten von j eingesetzt, die einzelnen Gleichungen mit den entsprechenden normierten Entwicklungsfunktionen $\sqrt{2\pi} R_{nl_2}(r) \cdot Y_{l_2\nu \pm \frac{1}{2}}(u, 0)$ von links multipliziert und die Integration über die Koordinaten r und u ausgeführt. Für die Entwicklungskoeffizienten $C_{1l_2n}^{j\pm}$, $C_{2l_2n}^{j\pm}$ erhält man dann ein homogenes Gleichungssystem, dessen Determinante — mit der Energie als Parameter — verschwinden muß. Die Lösungen der zugehörigen Säkulargleichung sind die Energieniveaus unseres Drei-Teilchen-Kernmodells.

Um zu entscheiden, welche Entwicklungsfunktionen für $G_{1\nu}^{j\pm}$ und $G_{2\nu}^{j\pm}$ in Frage kommen, betrachten wir die Lage des Kerns W^{183} im Nilsson-Diagramm. Das Nilsson-Modell geht aus unserem Modell als Grenzfall hervor, wenn der Rumpf unendlich schwer wird. Im Grundzustand von W^{183} sind die tiefsten Nilsson-Zustände mit 109 Neutronen besetzt. Da im Massenzahlbereich $A = 180$ bis 185 Deformationen um $\delta = 0,2$ ⁷ vorliegen, der Grundzustand von W^{183} durch den Drehimpuls $j = 1/2$ und die Parität $\pi = -1$ gekennzeichnet ist, muß das letzte unpaarige Neutron seinen Platz in einem Niveau finden, das aus dem 6fach entarteten $f\ 5/2$ -Niveau der Oszillatorschale $N = 5$ entspringt und mit $K = 1/2$ — bezeichnet ist. Wenn wir später, wie NILSSON⁶, bei der Berechnung der Energieniveaus Matrixelemente der beiden Anisotropieringe, gebildet mit Zuständen der übernächsten Schalen $N = 3$ bzw. $N = 7$, vernachlässigen, so ist die Summation über l_2 und n in (3) nur noch über die Schale $N = 5$ zu erstrecken. Da die Gesamtlösung des Drei-Teilchen-Kernmodells gegenüber Austausch von m_1 und m_2 symmetrisch sein muß, werden die hiermit verbundenen Symmetrierelationen der inneren Funktionen im Falle $N = 5$ wegen $Y_{lm}(\pi - u, 0) = (-1)^{l-m} Y_{lm}(u, 0)$ nur durch Eigenfunktion ungerader Parität erfüllt. Der vollständige Satz von inneren Funktionen lautet dann

$$G_{1\frac{1}{2}}^{j-} = C_{1\frac{1}{2}12}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{21}(r) Y_{10}(u, 0) \\ + C_{1\frac{1}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{30}(u, 0) \\ + C_{1\frac{1}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{50}(u, 0),$$

$$G_{2\frac{1}{2}}^{j-} = C_{2\frac{1}{2}12}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{21}(r) Y_{11}(u, 0) \\ + C_{2\frac{1}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{31}(u, 0) \\ + C_{2\frac{1}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{51}(u, 0),$$

$$G_{1\frac{3}{2}}^{j-} = C_{1\frac{3}{2}12}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{21}(r) Y_{11}(u, 0) \\ + C_{1\frac{3}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{31}(u, 0) \\ + C_{1\frac{3}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{51}(u, 0),$$

$$G_{2\frac{3}{2}}^{j-} = C_{2\frac{3}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{32}(u, 0) \\ + C_{2\frac{3}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{52}(u, 0),$$

$$G_{1\frac{5}{2}}^{j-} = C_{1\frac{5}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{32}(u, 0) \\ + C_{1\frac{5}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{52}(u, 0),$$

$$G_{2\frac{5}{2}}^{j-} = C_{2\frac{5}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{33}(u, 0) \\ + C_{2\frac{5}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{53}(u, 0),$$

$$G_{1\frac{7}{2}}^{j-} = C_{1\frac{7}{2}31}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{13}(r) Y_{33}(u, 0) \\ + C_{1\frac{7}{2}50}^{j-} \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{53}(u, 0), \quad (4)$$

⁷ B. R. MOTTELSON u. S. G. NILSSON, Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat. Fys. Skr. 1, No. 8 [1959].

$$\begin{aligned}
 G_{2\frac{1}{2}}^{j-} &= C_{2\frac{1}{2},50}^j \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{54}(u, 0), \\
 G_{1\frac{3}{2}}^{j-} &= C_{1\frac{3}{2},50}^j \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{54}(u, 0), \\
 G_{2\frac{3}{2}}^{j-} &= C_{2\frac{3}{2},50}^j \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{55}(u, 0), \\
 G_{1\frac{5}{2}}^{j-} &= C_{1\frac{5}{2},50}^j \sqrt{2\pi} R_{05}(r) Y_{55}(u, 0).
 \end{aligned}$$

Bei der Umwandlung des Differentialgleichungssystems in ein lineares Gleichungssystem finden mehrmals die Beziehungen

$$\left[\pm \frac{\partial}{\partial u} - m \cot u \right] Y_{lm}(u, 0) = \sqrt{(l \mp m)(l \pm m + 1)} Y_{lm \pm 1}(u, 0)$$

Anwendung. Ferner sind die Matrixelemente der in (1) gegebenen Anisotropieterme

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \mu_2 \omega_0^2 r^2 (\varepsilon_2 P_2(\cos u) + \varepsilon_4 P_4(\cos u)) \\
 = -\delta \mu_2 \omega_0^2 \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} r^2 Y_{20}(u, 0) \\
 + \varepsilon_4 \mu_2 \omega_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{3} r^2 Y_{40}(u, 0)
 \end{aligned}$$

zu berechnen. Den ersten Term bezeichnen wir mit $U_{\text{an}}^{(1)}$, den zweiten mit $U_{\text{an}}^{(2)}$.

Für die Matrixelemente von $U_{\text{an}}^{(1)}$ schreiben wir

$$\langle lmn | U_{\text{an}}^{(1)} | l'm'n' \rangle$$

$$\begin{aligned}
 &= -\delta \mu_2 \omega_0^2 \int_0^\infty R_{nl}(r) r^2 R_{n'l'}(r) r^2 dr \\
 &\cdot \int_0^\pi 2\pi Y_{lm}(u, 0) (4/3) \sqrt{\pi/5} Y_{20}(u, 0) Y_{l'm'}(u, 0) \sin u du
 \end{aligned}$$

und erhalten für das erste Integral, einschließlich des Faktors $-\delta \mu_2 \omega_0^2$ hier in drei Fällen ein von Null verschiedenes Ergebnis

für $l' = l - 2, n' = n + 1$:

$$-\delta \hbar \omega_0 (-2) \sqrt{(n+1)(n+l+\frac{1}{2})},$$

für $l' = l, n' = n$: $-\delta \hbar \omega_0 (2n+l+\frac{3}{2})$,

für $l' = l + 2, n' = n - 1$:

$$-\delta \hbar \omega_0 (-2) \sqrt{n(n+l+\frac{3}{2})}.$$

Für das zweite Integral ergibt sich

$$\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2l'+1}{2l+1}} C(l' 2l; m 0 m) C(l' 2l; 0 0 0).$$

Ganz entsprechend gehen wir bei der Berechnung der Matrixelemente von $U_{\text{an}}^{(2)}$ vor. Die hierbei auftretenden Wigner-Koeffizienten vom Typ $C(l' 4l; m 0 m)$ und $C(l' 4l; 0 0 0)$ werden mit Hilfe einer Tafel⁸ berechnet.

Mit dem in (1) definierten Einteilchenpotential gehen in das Drei-Teilchen-Kernmodell insgesamt

⁸ T. INOUE, Table of the Clebsch-Gordan Coefficients, Tokyo Toshio Co., Tokyo 1966.

6 Parameter ein: Die Größe $A_0 = \hbar^2 / (M \omega_0^2)$, welche ein Maß für das Trägheitsmoment des Rumpfes ($\Theta_0 = \frac{1}{2} M \omega_0^2$) ist, ferner die Parameter des Einteilchenpotentials, nämlich die Oszillatorenergie $\hbar \omega_0$, die Deformation δ und der weitere Deformationsparameter ε_4 , sowie die Größen C_1 bzw. C_2 , welche die Stärke der Spinbahnwechselwirkung bzw. des Zentrifugalterms bestimmen. Der Wert für $\hbar \omega_0$ ist bereits durch die Massenzahl von W^{183} festgelegt. Wenn wir wie NILSSON⁶ $\hbar \omega_0 \approx 41 A^{-1/3}$ MeV setzen, so ergibt sich dieser zu 7,22 MeV. Ebenso ist aus Bestimmungen des Quadrupolmoments von W^{183} die ungefähre Größe von δ vorgegeben. In unseren Rechnungen setzen wir $\delta = 0,2$ bzw. 0,21.

Da zur Anpassung der Energieniveaus fünf Parameter (einschließlich δ) variiert werden können, ist es vorteilhaft, die Energiematrix durch $\hbar \omega_0$ zu dividieren und die zu diagonalisierende, jetzt dimensionslose Matrix \mathbf{M} in eine Diagonalmatrix $\mathbf{M}(0)$ mit den Elementen $2n+l_2+3/2 = 13/2$ und in fünf weitere dimensionslose Matrizen $\mathbf{M}(J)$, $\mathbf{M}(U_{\text{an}}^{(1)})$, $\mathbf{M}(U_{\text{an}}^{(2)})$, $\mathbf{M}(SB)$ und $\mathbf{M}(Z)$ zu zerlegen. Die Matrix $\mathbf{M}(J)$, in welcher die Wechselwirkung von Rumpf- und Teilchenbewegung sichtbar wird, ist mit dem Faktor $A_0/\hbar \omega_0$ zu versehen, die übrigen Matrizen der Reihe nach mit den Faktoren $\delta, \varepsilon_4, \varkappa, \varkappa \mu$, wobei \varkappa bzw. $\varkappa \mu$ den obigen Größen C_1 bzw. C_2 entsprechen und wie bei NILSSON⁶ definiert sind. In dieser aufgespaltenen Form

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M} &= \mathbf{M}(0) + (A_0/\hbar \omega_0) \mathbf{M}(J) + \delta \mathbf{M}(U_{\text{an}}^{(1)}) \\
 &\quad + \varepsilon_4 \mathbf{M}(U_{\text{an}}^{(2)}) + \varkappa \mathbf{M}(SB) + \varkappa \mu \mathbf{M}(Z) \quad (5)
 \end{aligned}$$

werden auch die Energiematrizen zu verschiedenen Werten von j als Datensätze in eine Rechenanlage eingegeben.

Die Struktur der Energienatrizen ist bereits in¹ untersucht worden. Die Dimension der Matrizen erfahren wir aus dem Differentialgleichungssystem und den zugehörigen inneren Funktionen. Für Gesamtdrehimpuls $j = 1/2$ reduziert sich das Differentialgleichungssystem auf zwei Gleichungen für $G_{1\frac{1}{2}}^{j-}$ und $G_{2\frac{1}{2}}^{j-}$, womit wir mit (4) eine (6×6) -Matrix erhalten. Für die höheren Drehimpulse $j = 3/2, 5/2, 7/2$ und $9/2$ sind es (11×11) - und (15×15) - (18×18) - und (20×20) -Matrizen, für $j \geq 11/2$ wegen der insgesamt 11 inneren Funktionen stets (21×21) -Matrizen, welche sich nur in der Matrix $\mathbf{M}(J)$ unterscheiden.

Bei der Anwendung unserer Rechnungen auf den Kern W^{183} wird sich zeigen, daß nicht alle Energie-

eigenwerte der oben beschriebenen Matrizen benötigt werden. Wir sparen Rechenzeit und erhalten zugleich Ergebnisse mit hoher Genauigkeit, wenn wir die Eigenwerte nicht mit einem Diagonalisierungsverfahren bestimmen, sondern die Lösungen der den Energiematrizen entsprechenden Säkulargleichungen innerhalb eines bestimmten Energieintervalls suchen. Hierbei kommt uns sehr zu Hilfe, daß wir die ungefähre Lage der Eigenwerte kennen, wie im folgenden Kap. 2 noch näher erläutert werden wird.

Wir fassen nochmals kurz zusammen, unter welchen Voraussetzungen die Energieeigenwerte berechnet werden: Es wird das vollständige System von Differentialgleichungen für die inneren Funktionen verwendet. Bei den Entwicklungen für die inneren Funktionen (4) werden alle Funktionen $\sqrt{2\pi} R_{n,l_2}(r) Y_{l_2, \nu \mp \frac{1}{2}}(u, 0)$ aus der Schale $N=5$ mitgenommen, jedoch solche aus den Schalen $N=3$ und 7 weggelassen. Diese Vernachlässigung ist aber

für Parametersätze, wie sie bei uns später auftreten, erlaubt. Unser Vorgehen entspricht deshalb einer exakten Behandlung des RPC-Terms, so daß die folgenden Anwendungen zunächst in diesem Punkt eine Verbesserung der Rechnungen von KERMAN⁴ und BROCKMEIER et al.⁵ darstellen.

2. Energiespektrum

Bei der folgenden Diskussion des Energiespektrums wird zunächst $\varepsilon_4 = 0$ gesetzt, so daß als Einzelchenpotential das übliche Nilsson-Potential vorliegt. Für verschiedene Werte von δ aus dem Intervall 0 bis 0,3 und die speziellen Werte $\alpha = 0,055$, $\alpha \mu = 0,0225$, $A_0/\hbar \omega_0 = 0,002$ wurden die Eigenwerte der Matrizen (5) bestimmt und als Funktion von δ im Energiebereich $E/\hbar \omega_0 = 6,40$ bis 6,53 in Abb. 3 dargestellt. Niveaus mit verschiedenem Drehimpuls j sind auch in der Abb. zeichnerisch verschieden wiedergegeben.

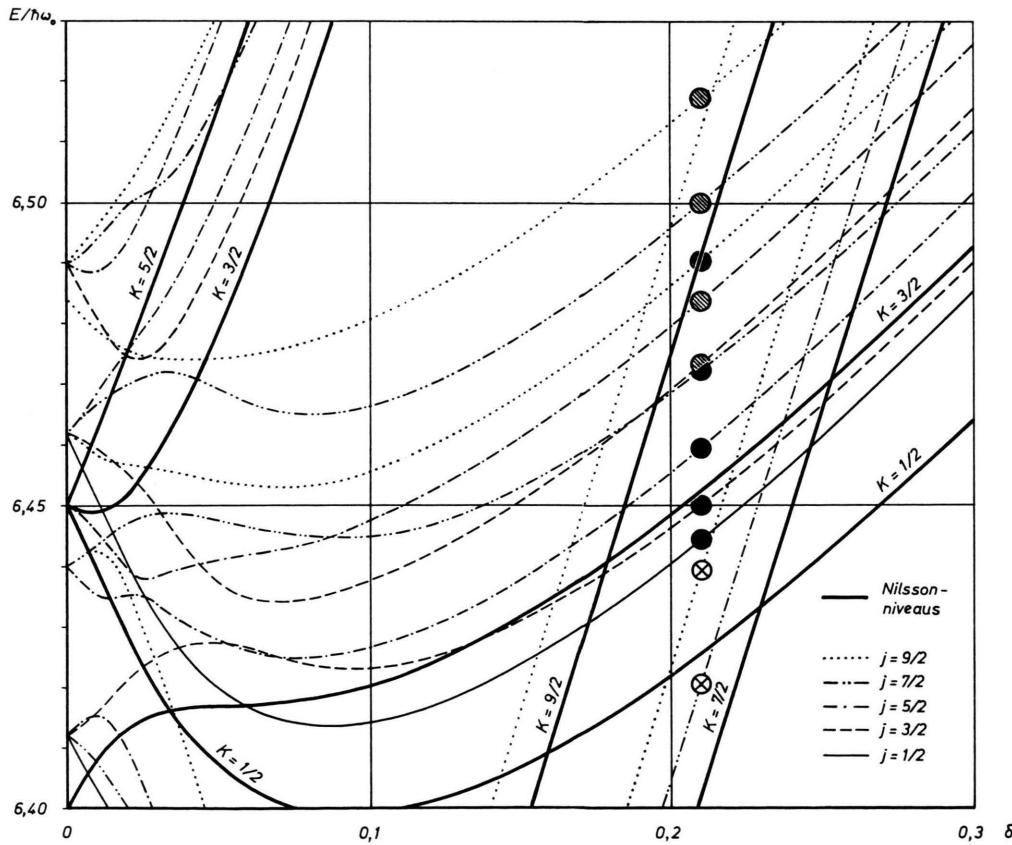


Abb. 3. Energieeigenwerte des Drei-Teilchen-Kernmodells als Funktion des Deformationsparameters δ ($\varepsilon_4 = 0$, $\alpha = 0,055$, $\alpha \mu = 0,0225$, $A_0/\hbar \omega_0 = 0,002$) und Nilsson-Niveaus ($\alpha = 0,055$, $\alpha \mu = 0,0225$).

Außerdem sind in Abb. 3 Nilsson-Niveaus für die Parameterwerte $\alpha = 0,055$ und $\alpha \mu = 0,0225$ dargestellt und mit den entsprechenden K -Quantenzahlen versehen. Die Nilsson-Niveaus werden erst im Zusammenhang mit Abb. 4 diskutiert.

In dem in Abb. 3 gewählten Energieintervall sind auch noch Eigenwerte unterzubringen, deren zugehörige Entwicklungsfunktionen aus tieferen und höheren Oszillatorschalen (vor allem $N = 4$ und 6) stammen. Da diese bei der Anpassung des Wolframpektrums nicht berücksichtigt werden müssen, wurden hierzu auch keine numerischen Rechnungen durchgeführt.

Wie aus Abb. 3 ersichtlich ist, dienen zur Klassifikation der Energieniveaus des Drei-Teilchen-Kernmodells die Quantenzahlen des Gesamtdrehimpulsoperators und die Parität. Weitere gute Quantenzahlen gibt es in diesem allgemeinen Fall nicht. Trotzdem können wir eine Art von Kennzeichnung und damit eine Unterscheidung von gleichartig indizierten Niveaus aus der Betrachtung zweier Grenzfälle erreichen. Im ersten Fall hat der Rumpf endliche Masse und das Oszillatorenpotential ist isotrop, im zweiten Fall dagegen ist der Rumpf unendlich

schwer und das Potential endlich deformiert. Gegenüber dem allgemeinen Fall besitzt das System in diesen Grenzfällen andersartige Symmetrien, d. h. es gelten verschiedenartige Erhaltungssätze. Die damit verbundenen Quantenzahlen lassen sich als asymptotische Quantenzahlen zur weiteren Kennzeichnung der Niveaus des allgemeinen Falles einführen.

Den Übergang von den beiden genannten Grenzfällen zu unserem allgemeinen Fall (Abb. 3) diskutieren wir an Hand von Abb. 4.

Der Abschnitt I zeigt das Verhalten des Niveaus beim Übergang von dem unendlich schweren Rumpf zu einem Rumpf mit endlichem Trägheitsmoment. Dabei ist hier $\delta = \epsilon_4 = 0$ gesetzt; d. h. das Einteilchenpotential (1) enthält nur den isotropen Oszillatorterm, den Spinbahn- und Zentrifugalterm. Die beiden letzten Terme bewirken, daß ganz links in Abschnitt I, wo $A_0/\hbar \omega_0$ noch gleich Null ist, nicht das hochentartete Oszillatorniveau der Schale $N = 5$ bei $E/\hbar \omega_0 = 6,5$ auftritt, sondern zwei Niveaus bei $E/\hbar \omega_0 = 6,40$ bzw. 6,45 vorliegen, welche mit $p\ 3/2$ und $f\ 5/2$ bezeichnet sind. Für $A_0/\hbar \omega_0 = 0$ ist also die Energie des Systems allein durch die Einteilchen-

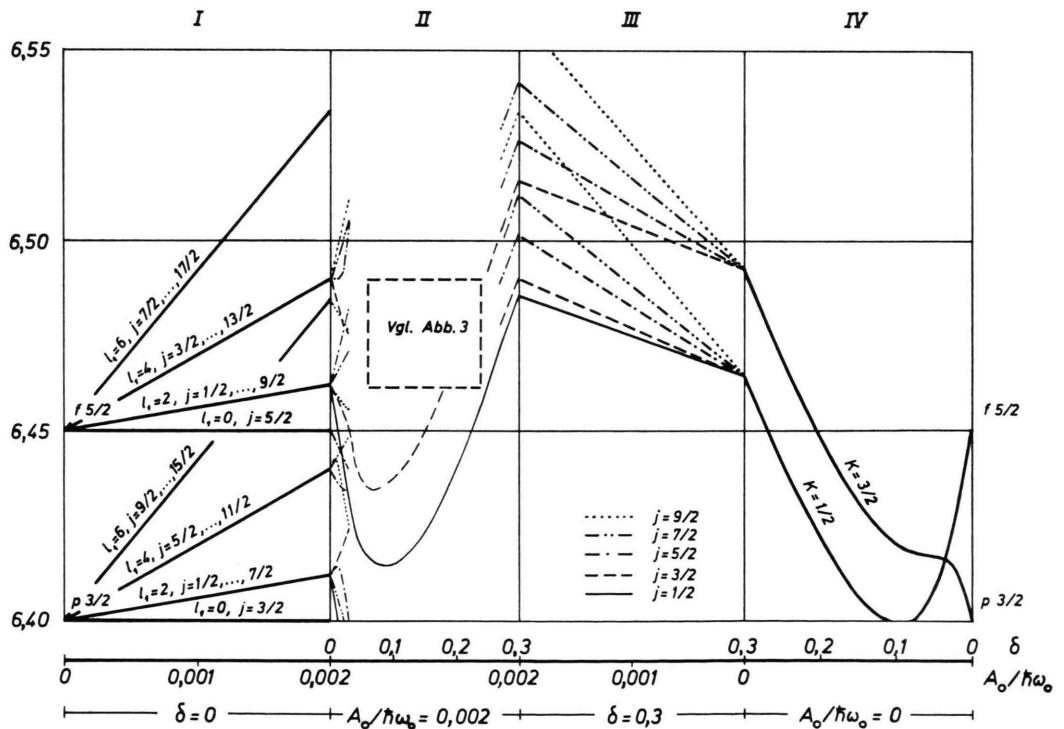


Abb. 4. Energieeigenwerte von Drei-Teilchen-Kernmodell (II) und zwei benachbarten Grenzfällen (I und IV).

energie E_p gegeben:

$$E_p = 6,5 + \zeta \begin{cases} l_2 + 1 & \text{für } j_2 = l_2 - \frac{1}{2} \\ -l_2 & \text{für } j_2 = l_2 + \frac{1}{2} \end{cases} - \zeta \mu l_2 (l_2 + 1). \quad (6)$$

l_2 bzw. j_2 sind die Quantenzahlen des Bahn- bzw. Gesamtdrehimpulsoperators des Außennukleons.

Erhält nun der Rumpf ein endliches Trägheitsmoment, so kann dieser zu Rotationen senkrecht zur Rumpfachse angeregt werden. Die Rotationsbewegung erfolgt ungestört von der Teilchenbewegung, da das Potential immer noch isotrop ist. Deshalb ergibt sich der Gesamtdrehimpuls j dieses Systems durch Kopplung des Rumpfdrehimpulses l_1 mit j_2 , die Gesamtenergie durch Addition der Rotationsenergie $(A_0/\hbar \omega_0) l_1(l_1 + 1)$ des Rumpfes zur Einzelchenenergie E_p aus (6). Hierzu ist in Abschnitt I die Gesamtenergie als Funktion von $A_0/\hbar \omega_0$ durch Gerade verschiedener Steigung für die Rumpfdrehimpulswerte $l_1 = 0, 2, 4, 6$ dargestellt. Die für ungerade l_1 -Werte möglichen Niveaus wurden nicht gezeichnet, da sie zu Zuständen positiver Parität mit antisymmetrischem Verhalten gegenüber Teilchenaustausch gehören, welche aber bereits in Kap. 1 ausgeschlossen wurden. Da zu gegebenen l_1 und j_2 alle Gesamtdrehimpulse j mit $|l_1 - j_2| \leq j \leq l_1 + j_2$ möglich sind, liegt Entartung vor. Dies wird in Abschnitt I dadurch verdeutlicht, daß die Niveaus zusätzlich mit allen möglichen Werten für j gekennzeichnet sind.

Die Berücksichtigung der Rumpfdeformation führt hinüber in den Abschnitt II, der das allgemeine Termschema enthält, welches in Abb. 3 im einzelnen dargestellt ist. Wegen der Verkopplung von Rumpf- und Teilchenbewegung spalten die für $\delta = 0$ entarteten Niveaus auf. Das noch für kleine Deformationen recht unübersichtliche Spektrum zeigt im Bereich $\delta > 0,15$ die typischen Merkmale von Rotationsspektren. Diese treten noch deutlicher hervor, wenn bei endlicher Deformation das Trägheitsmoment des Rumpfes vergrößert wird, bis sich die Niveaus zu klar getrennten Rotationsbanden zusammenfassen lassen.

Andererseits können wir von rechts her, in Abschnitt IV beginnend, zunächst die unendlich schwere Rumpfmasse beibehalten und die Deformation einschalten. Wir erhalten dabei die Nilsson-Niveaus. Um zum allgemeinen Termschema (Abschnitt II) zu gelangen, müssen wir noch den Abschnitt III von rechts nach links durchlaufen, in welchem wir zu endlichem Trägheitsmoment übergehen.

In Abschnitt IV sind nur zwei von insgesamt fünf Nilsson-Niveaus, welche aus den Niveaus p 3/2 und f 5/2 hervorgehen, eingetragen. Ein vollständiges Bild vom Verlauf der Nilsson-Niveaus gibt Abb. 3. Neben den Niveaus $K = 1/2$ und $K = 3/2$ aus Abschnitt IV sind alle weiteren Nilsson-Niveaus, welche im Intervall $E/\hbar \omega_0 = 6,40$ bis $6,45$ liegen, dargestellt und durch die entsprechenden Quantenzahlen K gekennzeichnet. K ist die Quantenzahl der Komponente des Einteilchendrehimpulsoperators in Richtung der Symmetriearchse des Potentials (Rumpfachse).

Zum Entartungsgrad der Nilsson-Niveaus sei noch folgendes bemerkt: Würden wir in Abschnitt I von Abb. 4 die ungeraden Drehimpulswerte l_1 des Rumpfes nicht ausschließen und die zugehörigen Niveaus in den Abschnitten II und III rechnerisch verfolgen, so unterscheiden sich diese von den bisher gezeichneten Niveaus, da in diesem Fall die ersten beiden Zeilen des Differentialgleichungssystems¹ an den Stellen, wo der Faktor A_0 auftritt, anders lauten. Jedoch in Abschnitt III, beim Grenzprozeß $A_0/\hbar \omega_0$ gegen Null, münden diese exakt in die bei $\delta = 0,3$ gezeichneten Niveaus ein, so daß auch bei unserer Behandlung des Modells der gleiche Entartungsgrad wie bei NILSSON⁶ vorliegt.

Die in Abb. 3 dargestellten Niveaus mit gleichem j können unseren Ausführungen gemäß je nach Größe von Deformation und Trägheitsmoment mit Hilfe der Quantenzahlen von zwei benachbarten Grenzfällen unterschieden werden. Für Deformationen $\delta > 0,15$ und Werte von $A_0/\hbar \omega_0$ um 0,002 eignen sich am besten die Quantenzahlen des Nilsson-Modells. Alle Niveaus, welche beim Einschalten von $A_0/\hbar \omega_0$ (Abb. 4, III) aus den jeweiligen Nilsson-Niveaus entstehen, werden zu einer Rotationsbande zusammengefaßt und zusätzlich mit der entsprechenden K -Quantenzahl gekennzeichnet.

Für den zuerst diskutierten Grenzfall lassen sich die Energieeigenwerte sehr einfach angeben:

$$E/\hbar \omega_0 = E_p + (A_0/\hbar \omega_0) l_1(l_1 + 1). \quad (7)$$

Für den zweiten Fall liegen die Eigenwerte in tabellarierter Form bei NILSSON⁶ vor. Wir haben damit die Möglichkeit, unsere umfangreichen Datensätze (Lochkarten) auf Fehler hin zu untersuchen. Außerdem erfahren wir etwas über die Genauigkeit der numerischen Rechnungen.

Unsere Daten werden als zehnstellige Gleitkomma-zahlen in eine Rechenanlage vom Typ CDC 3300

eingegeben und mit Hilfe eines Algolprogrammes verarbeitet. Im Falle $\delta = 0$ stimmen alle berechneten Eigenwerte der verschiedenen Energiematrizen mit (7) in 10 Stellen überein. Zur Überprüfung der Matrizen $\mathbf{M}(U_{\text{an}}^{(1)})$ wird der Grenzfall des unendlich schweren Rumpfes betrachtet und die von uns berechneten Eigenwerte mit den von NILSSON⁶ tabellierten Werten verglichen. Da jetzt die Energiematrizen zerfallen, werden die dabei entstehenden Untermatrizen einzeln diagonalisiert.

3. Anpassung der Energieniveaus

Zur Durchführung unseres Anpassungsprogramms ist noch eine Größe zu definieren, welche ein Maß für die Güte der Anpassung ist. Es seien mit E_i die Energiewerte der experimentellen Niveaus bezeichnet, mit X_i die entsprechenden berechneten Energieniveaus ($i = 1, \dots, n$). Im Fall a), wo nur die beiden Banden $K = 1/2$ und $K = 3/2$ angepaßt werden, ist $n = 9$; im Fall b), wo das Niveau $7/2$ – bei 453,1 keV hinzugenommen wird, ist $n = 10$. Aus diesen Größen wird die quadratische Form χ^2 gebildet:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n [E_i - \hbar \omega_0 (X_i - X_1)]^2. \quad (8)$$

Für χ^2 wählen wir diese einfache Form (vgl. ⁵), da zu erwarten ist, daß selbst beim optimalen Parametersatz die Abweichungen $|E_i - \hbar \omega_0 (X_i - X_1)|$ noch von der Größenordnung 10 keV sind, während die Fehler der experimentell bestimmten Werte E_i nur 10 bis 40 eV ausmachen. Außerdem kommt in (8) zum Ausdruck, daß das tiefste Niveau X_1 als Nullpunkt der Energieskala dient.

Über die Größen X_i wird χ^2 bzw. χ eine Funktion der Modellparameter und unsere Aufgabe besteht darin, durch Variation der Parameter das tiefste relative Minimum von χ zu finden.

a) Banden $K = 1/2$ und $K = 3/2$

Wir beschränken uns wie KERMAN⁴ und BROCKMEIER et al.⁵ zunächst auf die Niveaus der Banden $K = 1/2$ und $K = 3/2$, versuchen aber, diese mit Hilfe eines konsistenten Parametersatzes anzupassen. Für das Einteilchenpotential wählen wir in diesem Fall das übliche Nilsson-Potential [also $\varepsilon_4 = 0$ in (1)], um in unseren Rechnungen den gleichen Ausgangspunkt wie in oben genannten Arbeiten herzustellen. Wenn wir gemäß Kap. 1 noch

$$\hbar \omega_0 = 7,22 \text{ MeV} \quad \text{und} \quad \delta = 0,21$$

setzen, dann bleiben noch drei Parameter zur Variation übrig.

Als Ausgangsparametersatz verwenden wir die Parameterwerte von Abb. 3. Die Werte $\varkappa = 0,055$ und $\varkappa \mu = 0,0225$ werden vom Nilsson-Diagramm her nahegelegt. Der Wert $A_0/\hbar \omega_0 = 0,002$ wird aus den Rotationsspektren benachbarter deformierter gg-Kerne abgeleitet, für welche die charakteristische Größe $\hbar^2/(2 \Theta_{\text{eff}})$ zwischen 14 und 16 keV liegt. Das effektive Trägheitsmoment Θ_{eff} entspricht dem Trägheitsmoment des Rumpfes $\Theta_0 = \frac{1}{2} M \varrho_0^2$, so daß sich mit $A_0 = \hbar^2/(2 \Theta_0)$ obiger Wert ergibt.

Abb. 3 aus Kap. 2 enthält das zu diesen Parameterwerten berechnete Spektrum. Bei der Deformation $\delta = 0,21$ finden wir zunächst fünf durch ausgefüllte Kreise gekennzeichnete Niveaus, welche die Bande $K = 1/2$ darstellen, dann vier weitere Niveaus, durch schraffierte Kreise gekennzeichnet, welche zur Bande $K = 3/2$ gehören. Außerdem ist mit durchkreuzten Kreisen noch eine Bande ($K = 7/2$) markiert, mit welcher wir uns später noch ausführlich zu beschäftigen haben. Von der Richtigkeit unserer Identifizierung der Niveaus überzeugt man sich am besten an Hand von Abb. 4; aber auch die in Abb. 3 zusätzlich eingezeichneten Nilsson-Niveaus lassen die richtige Zuordnung erkennen.

Ein Vergleich mit den experimentellen Energiewerten zeigt, daß mit diesem aus ganz groben Überlegungen gewonnenen Ausgangsparametersatz nicht nur die Niveaufolge der beiden Banden richtig wiedergegeben wird, sondern auch quantitativ eine gewisse Übereinstimmung besteht. Nach (8) ergibt sich für χ in diesem Fall 40,02.

Beginnend mit obigem Ausgangsparametersatz werden die Parameter \varkappa , $\varkappa \mu$ und $A_0/\hbar \omega_0$ der Reihe nach mehrmals durchvariiert, bis keine merkliche

Eigenwerte X_i	Berechnete Energiewerte in keV ($\hbar \omega_0 (X_i - X_1)$)	Abweichungen in keV		Abweichungen in %	
6,444675719	0				
6,450643008	Banden	43,08	– 3,40	– 7,31	
6,459493933	$K = 1/2$	106,99	7,92	7,99	
6,472793475		203,01	– 3,99	– 1,93	
6,489962797		326,97	18,03	5,84	
6,475559176		222,98	14,18	6,79	
6,485861814	Banden	297,36	5,65	1,94	
6,501509979	$K = 3/2$	410,34	– 1,73	– 0,42	
6,518855085		535,58	– 18,75	– 3,38	

Tab. 1. Energieniveaus zu den Banden $K = 1/2$ und $K = 3/2$. Werte der Modellparameter: $\varkappa = 0,05615$, $\varkappa \mu = 0,02255$, $A_0/\hbar \omega_0 = 0,001970$ ($\delta = 0,21$, $\varepsilon = 0$, $\hbar \omega_0 = 7,22$ MeV).

Absenkung von χ mehr auftritt. Die Energieeigenwerte, die sich aus einer solchen Variation ergeben, sind in Tab. 1 zusammengestellt. Die optimalen Parameterwerte sind: $\varkappa = 0,05615$, $\varkappa\mu = 0,02255$ und $A_0/\hbar\omega_0 = 0,001970$. Der zugehörige Wert von χ liegt bei 31,67.

Es wurde noch der Versuch unternommen, die Anpassung weiter zu verbessern, indem die Deformation δ mitvariiert wurde. Eine wesentliche Verbesserung des obigen Ergebnisses konnte allerdings nicht erreicht werden, da sich für χ immer noch 27,2 als Minimum ergab. Der zugehörige Wert von δ stellte sich etwa bei 0,18 ein, während sich die übrigen Parameter gegenüber Tab. 1 um weniger als 1% änderten. Dabei zeigte sich, daß das Minimum von χ am schärfsten durch \varkappa bestimmt ist, während die δ -Abhängigkeit von χ relativ gering ist.

Man sieht, daß die beiden Banden $K = 1/2$ und $3/2$ des betrachteten Kerns W^{183} mit unserem Modell bei geeigneter Wahl der Parameter sehr schön dargestellt werden können. Der entscheidende Unterschied gegenüber den früheren Betrachtungen^{4, 5}, bei welchen zusätzliche Parameter in die Rechnung eingeschoben wurden, besteht darin, daß hier ein klar definiertes Modell mit wenigen, physikalisch durchsichtigen Parametern durchgerechnet wurde.

Unserem Programm entsprechend haben wir nun festzustellen, wo das Niveau $7/2^-$, welches den Kopf einer weiteren Rotationsbande bildet, liegt. Es ergibt sich, daß dieses Niveau energetisch unterhalb der von uns berechneten Banden liegt (vgl. in Abb. 3 die mit durchkreuzten Kreisen gekennzeichneten Niveaus). Das würde bedeuten, daß dieses Niveau den Grundzustand des betrachteten Kernes darstellen würde. Dieses Ergebnis steht aber im krassen Widerspruch zum Experiment, wo dieses Niveau als angeregtes Niveau bei 453,1 keV auftritt. Damit ist die Anfechtbarkeit einer solchen „partiellen“ Anpassung gezeigt.

Wir müssen also versuchen, das fragliche Niveau von vornherein in die Anpassung einzubeziehen. Ein Hinweis, wie das geschehen kann, ergibt sich aus der folgenden Überlegung.

Wir betrachten zunächst die in Abb. 3 eingezeichneten Nilsson-Niveaus bei der Deformation $\delta = 0,21$ und stellen fest, daß das Niveau $K = 7/2$ unterhalb der Niveaus $K = 1/2$ und $K = 3/2$ liegt. In einem ersten Versuch modifizierten wir daher das Nilsson-Diagramm durch Änderung der Parameter \varkappa und $\varkappa\mu$ derart, daß bei $\delta = 0,21$ die relative Lage der

Einteilchenniveaus sinnvoll wiedergegeben wird (z. B. $\varkappa = 0,08$ und $\varkappa\mu = 0,017$). Berechnet man aber für ein solches Parameterpaar die Rotationsbanden nach unserem Modell — dabei ist $A_0/\hbar\omega_0 = 0,002$ gesetzt —, so werden zwar die Bande $K = 3/2$, sowie die Lage des Niveaus $7/2^-$ (Bandenkopf) innerhalb dieser Bande richtig beschrieben, aber in der Bande $K = 1/2$ sind die Niveaus $j = 3/2$ und $5/2$ bzw. $j = 7/2$ und $9/2$ miteinander vertauscht, was auf den großen Wert von \varkappa zurückzuführen ist.

Wir dürfen also die Parameter \varkappa und $\varkappa\mu$ des Nilsson-Modells gegenüber den Werten in Tab. 1 nicht wesentlich ändern. Die Frage ist, wie sich trotzdem erreichen läßt, daß die Nilsson-Niveaus $K = 7/2$ und $9/2$ nach oben verschoben werden.

An dieser Stelle greifen wir kurz auf die Arbeit von NILSSON⁶ zurück. Dort wird das asymptotische Verhalten der Einteilchenniveaus für große Deformationen untersucht. In diesem Grenzfall werden die Niveaus durch die Quantenzahlen N und $n_{Z'}$ ($n_{Z'}$ ist die Anzahl der Oszillatorquanten in Richtung der Symmetriechse des Potentials, Z' -Richtung), $l_{2Z'}$ und $s_{Z'}$ (Z' -Komponenten von Bahndrehimpuls und Spin) gekennzeichnet. Für die uns interessierenden Einteilchenniveaus $K = 1/2$ und $3/2$ aus der Schale $N = 5$ ist jeweils $n_{Z'} = 1$ und $l_{2Z'} = 0$ bzw. 2. Für die Niveaus $K = 7/2$ und $9/2$ dagegen ist $n_{Z'} = 0$ und $l_{2Z'} = 3$ bzw. 5; d. h. in diesen Fällen bewegt sich das Außenteilchen hauptsächlich in der Äquatorebene ($u = 90^\circ$) und die Energie hängt stärker von der Deformation des Potentials ab als im Falle $n_{Z'} = 1$, was in dem steileren Verlauf der Nilsson-Niveaus auch zum Ausdruck kommt.

Am Einteilchenpotential müssen wir also eine Korrektur anbringen, welche bewirkt, daß das Potential in der Äquatorebene stärker als bisher ansteigt. Hierfür eignet sich ein Term von der Gestalt $\frac{1}{2}\hbar\omega_0 r^2 \varepsilon_4 P_4(\cos u)$ mit positivem Parameter ε_4 . Dieser P_4 -Anteil ist bereits im Potentialansatz (1) enthalten.

b) *Banden $K = 1/2$ und $3/2$ einschließlich des Niveaus $7/2^-$ bei 453,1 keV*

Wenn wir das Niveau $7/2^-$ bei 453,1 keV noch hinzunehmen, so sind insgesamt 10 Energieniveaus anzupassen. Das Verfahren ist das gleiche wie im Falle a), nur werden jetzt bei Verwendung des in (1) gegebenen Einteilchenpotentials vier Parameter, nämlich ε_4 , \varkappa , $\varkappa\mu$ und $A_0/\hbar\omega_0$ variiert.

Die Deformation δ und die Oszillatorennergie $\hbar \omega_0$ werden bei der Variation festgehalten. Zunächst setzen wir wie in Tab. 1 $\delta = 0,21$. Nach mehreren Variationsschritten ergibt sich $\chi = 20,95$ als Minimum, also eine deutliche Verbesserung gegenüber den Ergebnissen in Tab. 1. Zur Untersuchung der δ -Abhängigkeit wird die Anpassung nochmals für $\delta = 0,20$ wiederholt. Wie unter a) erhält man bei Verkleinerung der Deformation eine weitere Verbesserung der Anpassung. Zusätzliche Rechnungen zeigen, daß wir damit praktisch das Optimum der Anpassung erreicht haben. Das Minimum liegt in diesem Fall bei 18,63. Die zugehörigen Parameter- und Energie-eigenwerte sind in Tab. 2 zusammengestellt.

Eigenwerte X_i	Berechnete Energie-werte in keV ($\hbar \omega_0 (X_i - X_1)$)	Abweichungen in keV %	
6,390357703	0		
6,397161134	Banden	49,12	2,64 5,68
6,404375827	$K = 1/2$	101,21	2,14 2,16
6,419177684		208,08	1,08 0,52
6,434448681		318,34	9,40 3,04
6,420080326		214,60	5,80 2,78
6,430812131	Banden	292,08	0,37 0,13
6,448161778	$K = 3/2$	417,35	5,80 1,28
6,465253011		540,74	— 13,58 — 2,45
6,453097581	$7/2 -$	452,98	— 0,10 — 0,02

Tab. 2. Energieeigenwerte von W¹⁸³ (ohne Niveau 9/2+). Werte der Modellparameter: $\varepsilon_4 = 0,0830$, $\varepsilon = 0,0505$, $\varepsilon \mu = 0,02240$, $A_0/\hbar \omega_0 = 0,001995$ ($\delta = 0,20$, $\hbar \omega_0 = 7,22$ MeV).

Das Niveau 7/2 $-$ hat jetzt die richtige Lage. Außerdem ergeben sich Verbesserungen innerhalb der beiden Banden $K = 1/2$ und $3/2$ gegenüber Tab. 1.

4. Ergebnisse

Unsere Rechnungen haben zunächst in Übereinstimmung mit den Ergebnissen von anderen Autoren gezeigt, daß es möglich ist, die Rotationsbanden des Kernes W¹⁸³ für $K = 1/2$ und $3/2$ unter Verwendung des gewöhnlichen Nilsson-Potentials mit P_2 -Deformation — durch Bestimmung geeigneter Parameter — befriedigend darzustellen. Wenn wir jedoch die Lage eines weiteren experimentell bekannten Energieniveaus (453,1 keV) für ein solches Modell untersuchen, so kommen wir zu dem Ergebnis, daß das vorliegende Modell eine Anpassung dieses Niveaus nicht zu leisten vermag.

In unseren Rechnungen wird jedoch die Möglichkeit aufgezeigt, durch Aufnahme eines Terms von der Form $P_4(\cos u)$ in das Anisotropieglied des Po-

tentials auch das betreffende kritische Niveau 7/2 $-$ bei 453,1 keV mit anzupassen. Dabei wird sogar die Anpassung der bisher allein betrachteten Banden noch verbessert. Hier kann nochmals gesagt werden, daß das von uns verwendete Verfahren auf einem in sich konsistenten und völlig durchsichtigen Parametersatz aufbaut.

Bemerkenswert ist, daß sich solche zusätzliche anisotrope Anteile des Kernpotentials auch von anderer Seite her als notwendig erwiesen haben. In einer Arbeit von HENDRIE et al.⁹ wird zur Erklärung von α -Streuexperimenten die Kernoberfläche in der Form

$$R = R_0(1 + \beta_2 Y_{20} + \beta_4 Y_{40} + \beta_6 Y_{60}) \quad (9)$$

parametrisiert (R ist der Abstand der Kernoberfläche vom Mittelpunkt) und die Parameter werden für Kerne des Massenzahlbereichs $A = 152$ bis 178 bestimmt. Eine Extrapolation von β_4 in den Massenzahlbereichen von Wolfram ergibt $\beta_4 = -0,08$. Um eine Zuordnung zwischen β_4 und ε_4 herzustellen, betrachten wir eine Äquipotentialfläche des in (1) gegebenen anisotropen Oszillatorenpotentials, welche durch

$$R = \text{const} (1 + \varepsilon_2 P_2 + \varepsilon_4 P_4)^{-1/2} \quad (10)$$

beschrieben wird. Mit Hilfe von (9) und (10) kann abgeschätzt werden, welcher Wert von β_4 dem von uns bestimmten Parameterwert $\varepsilon_4 = 0,08$ entspricht. Für β_4 ergibt sich etwa $-0,05$. In Vorzeichen und Größenordnung stimmt also unser Ergebnis mit dem aus⁹ erhaltenen Wert überein.

Auf Grund unserer Ergebnisse erscheint es aus-sichtsreich, dieses Verfahren auf andere Kerne aus-zudehnen. Es kann sich dabei zeigen, daß weitere Verfeinerungen notwendig sind. Im Rahmen des vorliegenden Modells könnten diese in der Richtung liegen, daß man am Potential des Außennukleons weitere Korrekturen anbringt, oder es können Rumpfschwingungen in die Rechnung mit einbezo-gen werden.

Herrn Professor Dr. H. VOLZ danke ich herzlich für sein förderndes Interesse an dieser Arbeit. — Die nu-merischen Rechnungen wurden zuerst am Rechen-zentrum des Siemens-Forschungszentrums (DVA 2002), später am Rechenzentrum der Universität Erlangen-Nürnberg (CDC 3300) durchgeführt. Der Firma Sie-mens AG danke ich für die großzügig zur Verfü-gung gestellte Rechenzeit, der Deutschen Forschungsgemein-schaft für die Bereitstellung der Universitätsrechen-anlage.

⁹ D. L. HENDRIE, N. K. GLENDENNING, B. G. HARVEY, O. N. JARVIS, H. H. DUHM, J. SAUDINOS u. J. MAHONEY, Phys. Letters **26 B**, 127 [1968].